

Exercice 1

Soit A une matrice de $M_n(\mathbb{R})$, telle que $\forall i \in [1, n], |a_{ii}| > \sum_{j \neq i} |a_{ij}|$.

Montrer que $\ker(A)$ est réduit à $\{0\}$.

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. On veut résoudre l'équation en $X \in M_2(\mathbb{R})$, $X^2 + X = A$.

- 1) Montrer que X ou $X + Id$ n'est pas inversible.
- 2) Si X n'est pas inversible montrer que X est proportionnel à A .
- 3) Résoudre l'équation.

Exercice 3

Soit A une matrice quelconque de $M_n(\mathbb{R})$. Résoudre dans $M_n(\mathbb{R})$ l'équation $AX - XA = Id$.
(surtout ne pas faire de calculs, juste réfléchir en quoi cette équation n'aura pas de solution)