

# Programme de colle : Semaine 3

## Lundi 4 Octobre

### I Cours

#### I. 1 Nombres Réels

1. Inégalités :
  - (a) Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 2.
  - (b) Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 3 avec racine évidente.
  - (c) Résolution des (in)-équations avec des radicaux (racines)
  - (d) Résolution des (in)-équations avec des quotients et des produits.
  - (e) Changement de variable.
2. Etudes de fonctions :
  - (a) Domaine de définition
  - (b) Parité/imparité
  - (c) Périodicité
  - (d) Fonctions valeur absolue, partie entière, puissance, racine carré, exponentielle, logarithme, fonctions trigonométriques.
  - (e) Les formules trigonométriques doivent savoir être retrouvées rapidement.
  - (f) Les règles de calculs de exp et ln doivent être connues.
  - (g) Calculs de dérivées. La formule de la composée doit être connue.
3. Limites :
  - (a) Limite d'un quotient de polynômes.
  - (b) Croissance comparée.
  - (c) Limites classiques en 0 :  $\frac{\sin(x)}{x}$ ,  $\frac{\exp(x)-1}{x}$ ,  $\frac{\ln(1+x)}{x}$ ,  $\frac{\cos(x)-1}{x^2}$

#### I. 2 Nombres complexes

1. Partie réelle, partie imaginaire
2. Forme algébrique, représentation graphique.
3. Notion de conjugué, module, argument.
4. Forme trigonométrique/exponentielle.
5. Formules d'Euler, formule de Moivre.
6. Résolution de toutes les équations de degrés 2 à coefficients réels.
7. Résolution de  $z^2 = a$  avec  $a \in \mathbb{C}$

#### I. 3 Suites Réelles

1. Notations  $\sum$  et  $\prod$ .
2. Principe de récurrence.
3. Linéarité de la somme, relation de Chasles.
4. Changement d'indice.
5. Coefficients binomiaux et binôme de Newton.

## II Exercices Types

---

### II. 1 Fonctions usuelles réelles

---

1. Résoudre  $|x + 1| > |x - 2|$
2. Résoudre  $\sqrt{x + 2} > x$
3. Résoudre  $\frac{1}{x} < \frac{1}{x-1} + 1$
4. Résoudre  $e^{3x} + e^x - 2 = 0$
5. Donner l'ensemble de définition de  $f(x) = \frac{\sqrt{e^x - 1}}{x^2 - 4}$
6. Calculer la dérivée de  $f(x) = \frac{\sqrt{e^x - 1}}{x^2 - 4}$
7. Donner la tangente à la courbe en 1 de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x + \ln(e^x - 1)$
8. Dresser le tableau de variation de la fonction définie par  $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

### II. 2 Nombres complexes

---

1. Mettre sous forme exponentielle  $3 + \sqrt{3}i$
2. Calculer la partie réelle de  $\frac{1+i}{1-i}$
3. Résoudre  $2iz + 1 = 2 - i$
4. Calculer le conjugué de  $\frac{1-i}{1+i}$
5. Calculer la partie réelle/imaginaire de  $(1 + i)^n$