

# Interro 14

10 minutes

**Exercice 1.** On lance deux dés à 6 faces et on regarde les résultats donnés par ces dés. On considère les événements suivants :

- $E_1$  : « aucun dé ne donne 3 ».
- $E_2$  : « la somme fait moins de 13 ».
- $E_3$  : « la somme fait 3 ».
- $E_4$  : « l'un des dés donne 5 ou 6 »
- $E_5$  : « la somme fait 5 ou plus ».
- $E_6$  : « la somme fait 4 ou moins ».
- $E_7$  : « l'un des dés donne 4 ».
- $E_8$  : « la somme fait 1 ».

1. Exemple d'événement certain :  $E_2$
2. Exemple d'événement impossible :  $E_8$
3. Exemple d'événements contraires :  $E_5$  et  $E_6$
4. Exemple d'événements incompatibles :  $E_5$  et  $E_6$
5. Exemples d'événement impliquant d'autres événements :  $E_4$  implique  $E_5$

**Exercice 2.** Donner la définition de deux événements indépendants.

Soient  $A$  et  $B$  deux événements, ils sont dits indépendants si

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

**Exercice 3.** Donner la formule des probabilités totales version probabilités conditionnelles.

Soit  $(A_1, \dots, A_n)$  un système complet d'événements, et  $B$  un événement, on a alors :

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P_{A_i}(B)P(A_i)$$

**Exercice 4.** Donner et prouver la formule de Bayes.

Soient  $A$  et  $B$  deux événement tel que  $P(A)$  et  $P(B)$  sont différents de 0. On a

$$P_B(A) = \frac{P_A(B)P(A)}{P(B)}$$

*Démonstration.* Par définition  $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$  et  $P_A(B) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$ . Ainsi  $P(A \cap B) = P_A(B)P(A)$ , d'où

$$P_B(A) = \frac{P_A(B)P(A)}{P(B)}$$

□