

# Programme de colle : Semaine 21

## Lundi 21 mars

### I Continuité

1. Continuité en un point, continuité sur un intervalle.
2. Prolongement par continuité.
3. TVI, théorème de la bijection.
4. Théorème de continuité sur un segment : une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

### II Probabilité

1. Vocabulaire des probabilités (univers, événements...)
2. Probabilité uniforme sur un ensemble fini
3. Formule des probabilités composées.
4. Formule des probabilité totale.
5. Probabilité conditionnelle
6. Formule de Bayes, Formule des probabilité totale version probabilité conditionnelle.
7. Indépendance, Événements indépendants, événements mutuellement indépendants

A l'attention des colleurs :

- La notion de variable aléatoire ne sera abordé qu'au prochain chapitre de probabilité.
- Seul les univers finis ne sont au programme de première année.
- Un arbre de probabilité n'aura pas valeur de démonstration.

### III Informatiques

Les programmes seront écrit en Python.

1. Manipulation des listes.
2. Recherche de maximum d'une liste.
3. Tri à bulle et tri par insertion.
4. Bibliothèque matplotlib.pyplot et numpy.
5. Tracer de fonction.
6. Somme de Riemann, calcul de limites et approximations des intégrales.
7. Modéliser une expérience aléatoire à l'aide de la bibliothèque random.

### IV Exercices Types

1. Modéliser le lancer d'un dé. De 100 lancers de dé. De lancers de dés jusqu'à obtenir un 6...
2. Modéliser le tirage d'une boule dans une urne contenant 3 rouges et 5 noires.
3. Ecrire une fonction qui prend en argument une liste et la trie.
4. Ecrire une fonction qui prend en argument une liste et une variable  $a$  et retourne le nombre de fois où  $a$  appartient à la liste.
5. Tracer la fonction  $f(x) = x^3 + 3x + 1$  entre  $-1$  et  $1$  à l'aide de la bibliothèque matplotlib.pyplot.

6. Étudier la continuité de la fonction suivante :

$$f : x \mapsto (x^2 - 1) \sin\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

7. Calculer les limites des fonctions suivantes aux bornes de leur domaine de définition.

$$f_1(x) = e^{x^2-x+1} \quad f_2(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right) \quad f_3(x) = x^x$$

8. Un appareil fabriqué en très grande série peut être défectueux à cause de deux défauts notés A et B. On estime que 2% des pièces présentent les deux défauts, 5% ont le défaut A mais pas le défaut B et 10% ont le défaut B. Quelle est la probabilité pour qu'une pièce choisie au hasard présente le défaut A ? Aucun défaut ? Un seul défaut ?
9. On possède un jeu de 32 cartes et un jeu de 52 cartes. On choisit au hasard l'un de ces jeux et on y tire une carte. On constate que c'est une dame. Quelle est la probabilité qu'elle vienne du jeu de 32 cartes ?
10. On choisit 5 cartes au hasard et simultanément dans un jeu de 32 cartes. Donner les probabilités d'avoir
- (a) 5 cartes de la même couleur ;
  - (b) (2 as et 3 rois) ou (3 as et 2 rois) ;
  - (c) (au moins un as) et (deux rois exactement).
11. La proportion de pièces défectueuses dans un lot est de 0.05. Le contrôle qualité des pièces accepte une pièce bonne avec une probabilité de 0.96 et refuse une pièce mauvaise avec une probabilité de 0.98. On choisit une pièce au hasard et on la contrôle. Quelle est la probabilité :
- (a) qu'il y ait une erreur de contrôle ?
  - (b) qu'une pièce acceptée soit mauvaise ?
  - (c) qu'une pièce refusée soit bonne ?