

Fractions et puissances

Règles de calculs 1. Soit $(a, b, c, d) \in (\mathbb{R}^*)^3$. On a

$$\frac{a+c}{b} = \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$c \frac{a}{b} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{ca}{cb} = \frac{ca}{cb} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc} \quad \text{et} \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a \frac{1}{c}}{b \frac{1}{c}} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$$

a

a. $\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$... c'est très faux...

Règles de calculs 2. Pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, non nuls si besoin, pour tout $n, m \in \mathbb{Z}$ on a :

- $(xy)^n = x^n y^n$
- $x^n \times x^m = x^{n+m}$ et $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
- $(x^n)^m = x^{nm}$

Vous trouverez l'ensemble des exercices du cahier de calcul sur http://olivierglorieux.fr/wp-content/uploads/2021/09/cahier_de_calcul_enonces_v2.pdf et les corrigés (à regarder après avoir chercher suffisamment longtemps les réponses) sur http://olivierglorieux.fr/wp-content/uploads/2021/09/cahier_de_calcul_corriges_v2.pdf

Calcul 1.1 — Simplification de fractions.



Simplifier les fractions suivantes (la lettre k désigne un entier naturel non nul).

- a) $\frac{32}{40}$ c) $\frac{27^{-1} \times 4^2}{3^{-4} \times 2^4}$
- b) $8^3 \times \frac{1}{4^2}$ d) $\frac{(-2)^{2k+1} \times 3^{2k-1}}{4^k \times 3^{-k+1}}$

Calcul 1.2 — Sommes, produits, quotients, puissances.



Écrire les nombres suivants sous forme d'une fraction irréductible.

- a) $\frac{2}{4} - \frac{1}{3}$ c) $\frac{36}{25} \times \frac{15}{12} \times 5$
- b) $\frac{2}{3} - 0,2$ d) $-\frac{2}{15} \div (-\frac{6}{5})$

Calcul 1.6 — Les fractions et le calcul littéral.



Mettre sous la forme d'une seule fraction, qu'on écrira sous la forme la plus simple possible.

- a) $\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$
- b) $\frac{a^3 - b^3}{(a-b)^2} - \frac{(a+b)^2}{a-b}$ pour $(a, b, c) \in \mathbb{Z}^3$, distincts deux à deux.
- c) $\frac{\frac{6(n+1)}{n(n-1)(2n-2)}}{\frac{2n+2}{n^2(n-1)^2}}$ pour $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1, 2\}$

Calcul 1.9 — Un produit de fractions.



Soit $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. On donne $A = \frac{1}{1+t^2} - \frac{1}{(1+t)^2}$ et $B = (1+t^2)(1+t)^2$.

Simplifier AB autant que possible.

Calcul 1.10 — Règles de comparaison.



Comparer les fractions suivantes avec le signe « > », « < » ou « = ».

- a) $\frac{3}{5} \dots \frac{5}{9}$ b) $\frac{12}{11} \dots \frac{10}{12}$ c) $\frac{125}{25} \dots \frac{105}{21}$

Calcul 2.1



Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

- a) $10^5 \cdot 10^3$ c) $\frac{10^5}{10^3}$ e) $\frac{(10^5 \cdot 10^{-3})^5}{(10^{-5} \cdot 10^3)^{-3}}$
- b) $(10^5)^3$ d) $\frac{10^{-5}}{10^{-3}}$ f) $\frac{(10^3)^{-5} \cdot 10^5}{10^3 \cdot 10^{-5}}$

Calcul 2.2

Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme sous la forme a^n avec a et n deux entiers relatifs.

a) $3^4 \cdot 5^4$ c) $\frac{2^5}{2^{-2}}$ e) $\frac{6^5}{2^5}$
b) $(5^3)^{-2}$ d) $(-7)^3 \cdot (-7)^{-5}$ f) $\frac{(30^4)^7}{2^{28} \cdot 5^{28}}$

Calcul 2.5

Dans chaque cas, simplifier au maximum l'expression en fonction du réel x .

a) $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$ c) $\frac{x^2}{x^2-x} + \frac{x^3}{x^3+x^2} - \frac{2x^2}{x^3-x}$
b) $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4}$ d) $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$