

Programme de colle : Semaine 6

Lundi 7 Novembre

Etudes de fonctions :

1. Domaine de définition
2. Parité/imparité
3. Périodicité
4. Fonctions valeur absolue, partie entière, puissance, racine carré, exponentielle, logarithme, fonctions trigonométriques.
5. Les règles de calculs de exp et ln doivent être connues.
6. Calculs de dérivées.

Nombres complexes :

1. Partie réelle, partie imaginaire
2. Forme algébrique, représentation graphique.
3. Notion de conjugué, module, argument.
4. Forme trigonométrique/exponentielle.
5. Formules d'Euler, formule de Moivre.
6. Résolution de toutes les équations de degrés 2 à coefficients réels.
7. Résolution de $z^2 = a$ avec $a \in \mathbb{C}$

Suites usuelles :

1. Suites arithmétiques, suites géométriques.
2. Suites arithmético-géométriques
3. Suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants.

Informatiques Les programmes seront écrit en Python.

1. Savoir définir une variable.
2. Savoir manipuler des conditions (`if`, `elif`, `else`)
3. Savoir écrire un script qui calcul une somme, ou les termes d'une suite (boucle `for`)
4. Savoir écrire un script avec une boucle `while`

I Exercices Types

1. Déterminer l'ensemble de définition et calculer la dérivée de

$$f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{x}}$$

2. Donner la partie réelle et imaginaire de

$$z = \left(\frac{1+i}{1+\sqrt{3}i} \right)^{12}$$

3. Calculer

$$\sum_{k=1}^{n+2} (k+1)$$

4. Exprimer le terme général en fonction de n de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \geq 0, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

5. Déterminer l'ensemble de définition et calculer la dérivée de

$$f(x) = \ln(e^x + x^2)$$

6. Calculer

$$\sum_{i=2}^n \binom{n}{i-1} \frac{1}{2^i}$$

7. Calculer la limite quand $n \rightarrow +\infty$ de $u_n = \frac{(2n+1)^3}{(\sqrt{n}+2)^6}$

8. Exprimer le terme général en fonction de n de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1, \quad u_1 = 1 \\ \forall n \geq 0, u_{n+2} = 2u_{n+1} - 4u_n \end{cases}$$

9. Donner la partie imaginaire et partie réelle de

$$z = \frac{1-i}{1+i} e^{i\pi/3}$$