

Programme de colle : Semaine 17

Lundi 6 février

I Equation Différentielle

1. Equation différentielle linéaire du premier ordre.
2. Equation homogène associée,
3. Méthode de la variation de la constante.
4. Problème de Cauchy.
5. Equation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants (homogène et avec second membre simple)

II Informatiques

Les programmes seront écrit en Python.

1. Savoir définir une variable.
2. Savoir manipuler des conditions (`if`, `elif`, `else`)
3. Savoir écrire un script qui calcul une somme, ou les termes d'une suite (boucle `for`)
4. Savoir écrire un script avec une boucle `while`
5. La syntaxe des fonctions a été vue et doit être sue.
6. Boucle sur des listes.
7. Bibliothèque `matplotlib.pyplot` et `numpy`. (vu que par un groupe)
8. Savoir tracer un graphique. (vu que par un groupe)

III Exercices Types

1. Sans utiliser la fonction `floor` de Python, écrire une fonction Python qui prend en argument un réel x l'entier k tel que $x \in [2k\pi, 2(k+1)\pi[$
2. Sans utiliser la fonction `floor` de Python, écrire une fonction Python qui prend en argument un réel x et retourne sa partie entière.
3. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n qui simule n lancers de dé à 6 faces et retourne la somme des valeurs des lancers.
4. Tracer la fonction $f(x) = x^3 + 3x + 1$ entre -1 et 1 à l'aide de la bibliothèque `matplotlib.pyplot`.
5. Résoudre les équations différentielles suivantes :
 - (a) $y' - 2y = x + x^2$ sur \mathbb{R}
 - (b) $3y' - 2y = x$ sur \mathbb{R}
 - (c) $(1 + x^2)y' + 2xy = 1$ sur \mathbb{R}
 - (d) $x^2y' - y = e^{-\frac{1}{x}}$ sur $\mathbb{R}^{+\ast}$
 - (e) $xy' - (1 + 2x)y = -x^2e^x$ sur $\mathbb{R}^{+\ast}$
 - (f) $y' - 2xy = -(2x - 1)e^x$ sur \mathbb{R}
 - (g) $y'' + 4y' + 4y = x^2e^x$
 - (h) $y'' + 4y' + 4y = x^2e^{-2x}$
 - (i) $y'' + 4y' + 4y = \sin xe^{-2x}$
6. Résoudre les problèmes de Cauchy suivants :
 - (a) $x^2y' - y = e^{-\frac{1}{x}}$ sur $\mathbb{R}^{+\ast}$ avec $y(1) = 0$
 - (b) $y'' - 4y' + 5y = e^x$ avec $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$
 - (c) $y'' - 4y' + 5y = e^{2x}$ avec $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$