Exercices vacances février

Lundi 20 Février

1. Résoudre $\frac{1}{x+1} \leq \frac{x}{x+2}$.
2. Calculer A^3 où $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
3. Calculer l'ensemble de définition et donner la dérivée de
$$f(x) = \exp(\cos(x) - 1)$$
4. Déterminer u_n en fonction de n où $u_0 = 1$ et
$$\forall n \geq 0 \, u_{n+1} = 2u_n + 1$$

Mardi 21 Février

1. Résoudre $x^3 + 2x \leq 0$.
2. Calculer N^2 où $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. En déduire (à l'aide du binome de Newton) la valeur de A^n où $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
3. Calculer l'ensemble de définition et donner la dérivée de
$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$$
4. Déterminer u_n en fonction de n où $u_0 = 1$ et
$$\forall n \geq 0 \, u_{n+1} = \frac{-1}{2} u_n + 1$$
5. Ecrire un script Python qui permet de calculer le terme u_n de la suite définie par $u_0 = 1$ et
$$\forall n \in \mathbb{N}, \, u_{n+1} = \sin(u_n)$$

Mercredi 22 Février

1. Résoudre $x \leq \sqrt{x+1}$.
2. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ Résoudre l'équation
$$AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$
d'inconnue $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.
3. Calculer l'ensemble de définition et donner la dérivée de
$$f(x) = \sqrt{\ln(x) + 1}$$
4. Déterminer u_n en fonction de n où $u_0 = 1, u_1 = 2$ et
$$\forall n \geq 0 \, u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$$

5. Ecrire un script Python qui permet de calculer le terme S_n de la suite définie par

$$\forall n \in \mathbb{N},\ S_n = \sum_{k=1}^{n} \sin(k)$$

Jeudi 23 Février

1. Résoudre le systéme de d'inconnue (x, y) et de paramétre $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x+y &= \lambda x \\ x-y &= \lambda y \end{cases}$$

2. Résoudre l'équation

$$AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

d'inconnue $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et où $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

3. Calculer l'ensemble de définition et donner la dérivée de

$$f(x) = \frac{x}{\ln(x) - 1}$$

4. Calculer $\int_1^2 xe^x dx$
5. Ecrire un fonction Python qui prend en argument une liste d'entier et retourne le maximum de cette liste.

Vendredi 24 Février

1. Résoudre $\frac{1}{\sqrt{x+1}} \leq \sqrt{x}$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite du plan passant par $A = (1, 2)$ et $B = (3, 4)$
3. Calculer l'ensemble de définition et donner la dérivée de

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$$

4. Calculer $\int_0^\pi x\cos(x)dx$
5. Ecrire un fonction Python qui prend en argument une liste d'entier et retourne le minimum de cette liste.

Samedi 25 Février

1. Montrer que f définie par $f(x) = xe^x$ réalise une bijection entre deux intervalles de $\mathbb{R}$ à déterminer.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite du plan passant par $A = (1, 2)$ et dirigée par $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
3. Calculer l'ensemble de définition et donner la dérivée de

$$f(x) = \frac{x^2}{x - \sqrt{x}}$$

4. Calculer $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}}dx$
5. Ecrire un fonction Python qui prend en argument une liste d'entier la moyenne.

Dimanche 26 Février

DODO !

Lundi 27 Février

1. Résoudre $\cos(2x + \frac{\pi}{2}) = \sin(2x)$.
2. Déterminer l'intersection des droites D et D' définie par :
   — D passe par $A = (1, 2)$ et $B = (3, -2)$
   — D' passe par B et est normale à $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
3. Déterminer la limite de $\ln(\frac{2n+1}{n^2+1}) + \ln(n + 3)$
4. Calculer $\displaystyle\int_{-\pi/4}^{0} \tan(x)dx$
5. Ecrire un fonction Python qui prend en argument une liste d'entier la médiane (La moitié des nombres est plus petit que la médiane, l'autre moitié est plus grande. On ne se préoccupera de savoir si c'est exactement la moitié, ou 'la moitié $+1$')

Mardi 28 Février

1. Résoudre $e^{2x} + e^x - 2 \leq 0$.
2. Déterminer une équation cartésienne du plan de l'espace passant par $A = (1, 2, 3)$ $B = (0, 1, 2)$ et $C = (1, 1, 1)$
3. Calculer l'ensemble de définition et donner la dérivée de
$$f(x) = x^x$$
4. Calculer $\displaystyle\int_2^3 \frac{x}{x^2 - 1}dx$
5. Ecrire un fonction Python qui prend en argument trois entiers a, b et n et qui retourne une liste de n nombres choisis aléatoirement entre a et b de tel sorte que les nombres soit croissant. (Il faut donc que $n \geq b - a$ - question probablement assez difficile pour le faire bien)

Mercredi 1 Mars

1. Résoudre $\frac{\ln(x)}{\ln(x)+1} \leq \ln{(x^2)}$.
2. Déterminer une équation cartésienne du plan de l'espace passant par $A = (1, 2, 3)$ et dirigé par $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
3. Simplifier $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 2^n$
4. Résoudre $y' + xy = 2x$ avec la condition initiale $y(0) = 1$
5. Ecrire une fonction qui prend deux listes correpondans aux coordonnées de deux points du plan : $A_0 = [x_0, y_0]$ et $A_1 = [x_1, y_1]$ et qui retourne trois réels (a, b, c) tel que $ax + by + c = 0$ est une équation cartésienne de la droite (A_0A_1)

Jeudi 2 Mars

1. Résoudre l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C}$
$$z^2 + z + 1 = 0$$

2. Déterminer le projeté orthogonale du point $A = (1, 2, -1)$ sur le plan d'équation $x+y+z+1 = 0$
3. Simplifier $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$
4. Résoudre $y'' + y = 2x$ avec la condition initiale $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$

Vendredi 4 Mars

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Résoudre l'équation d'inconnue $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et de paramétre $\lambda \in \mathbb{R}$ suivante :

$$(A - \lambda I_3)X = 0_{3,1}$$

2. Montrer que A est inversible et donner son inverse.

Samedi 5 Mars

1. Montrer que les plans d'équation $x + y + z + 1 = 0$ et $x - y + 2z - 3 = 0$ s'intersectent le long d'une droite. Déterminer un vecteur directeur de cette droite.
2. Determiner une équation paramétrique du plan d'équation $x + y + z - 1 = 0$
3. Calculer la limite de $u_n = \frac{(n)!n^2}{n\ln(n)+e^n}$

Dimanche 6 Mars

DODO !