Chapitre 1 : Nombres réels

Table des matières

I Ensembles

I. 1 Definition et notations

Définition 1. Un ensemble E est une collection d'objets distincts appelés **éléments** de E
Si a est un élément de E on note $a \in E$.

Définition 2. Un ensemble peut se définir de plusieurs manières différentes :

1. Soit en énumérant tous ces éléments : $E_1 = \{1, 3\}$, $E_2 = \{3, 1)\}$, $E_3 = \{1, 2, 3, ...\}$.
2. Soit à l'aide des notations usuelles : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$. On utilisera une $*$ en haut pour désigner ces ensemble privés de 0.
3. Soit enfin en utilisant un autre ensemble F et une propriété P $E = \{x \in F \,|\, x \text{ vérifie } P\}$: $E_4 = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x^2 + 1 < 2\}$ $E_3 = \{n \in \mathbb{N} \,|\, n > 0\}$, $E(y) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x^2 < 1 + y\}$

La notation entre crochets $\{\dots\}$ est la notation universellement adoptée par les mathématiciens pour désigner des ensembles. Lorsqu'on énumère les éléments d'un ensemble, leur ordre ne joue aucun rôle ; ainsi, par exemple, on a $\mathbb{N}_3 = \{1, 2, 3\} = \{3, 1, 2\}$. L'ensemble qui ne possède aucun élément est appelé ensemble vide et se note $\emptyset$. Un ensemble avec un seul élément est appelé **singleton**, il est noté $\{a\}$.

Définition 3. Soient E, F deux ensembles. On dit que E est inclus dans F et on note $E \subset F$ si tous les éléments de E sont aussi des éléments de F.

Exemples :

- $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- $\mathbb{N}^* \subset \{x \in \mathbb{R} \,|\, x^2 > 1/2\}$

Pour montrer qu'un ensemble est inclus dans un autre, on utilisera généralement un raisonnement direct. Par exemple si $E = \{x \in \mathcal{E} \,|\, P(x)\}$, et $F = \{x \in \mathcal{E} \,|\, Q(x)\}$, on pourra adopter une rédaction du type :

Soit $x \in E$. Par définition x vérifie $P(x)$. D'après le théorème Truc, $P(x)$ implique $P'(x)$. Or $P'(x)$ blablabla implique $Q(x)$. Donc $x \in F$.

Définition 4. Soient E, F deux ensembles. On dit que E est égal à F et on note $E = F$ si les eléments de F sont exactement les éléments de E.

Pour montrer que deux ensembles sont égaux on pourra utiliser la double inclusion. ($E \subset F$ et $F \subset E$) $\iff E = F$.

I. 2 Opérations sur les ensembles

I. 2. a Union, intersection, complémentaire

Définition 5. Soient E un ensemble et A et B deux sous-ensembles de E.

- L'union de A et B est notée $A \cup B$ et défini par
$$A \cup B = \{x \,|\, x \in A \text{ ou } x \in B\}$$
- L'intersection de ces deux ensembles est notée $A \cap B$ et défini par
$$A \cap B = \{x \,|\, x \in A \text{ et } x \in B\}$$
Si $A \cap B = \emptyset$, on dit que A et B sont disjoints.
- Le complémentaire de A dans E, noté $\overline{A}$ est l'ensemble des élements de E qui ne sont pas dans A :
$$\overline{A} = \{x \in E \,|\, x \notin A\}$$
- $A \setminus B$ est l'ensemble des élements de A qui ne sont pas dans B
$$A \setminus B = \{x \in A \,|\, x \notin B\}$$

Si $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ sont des parties d'un ensemble E, on définit de même :

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n = \{x \in E \mid \text{ il existe } i \in \mathbb{N}_n \text{ tel que } x \in A_i\}$$

noté plus simplement $\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup \ldots \cup A_n$,

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n = \{x \in E \mid x \in A_i \text{ pour tout } i \in \mathbb{N}_n\},$$

noté plus simplement $\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap \ldots \cap A_n$

Remarques :

- On peut généraliser la définition de l'union et de l'intersection à plusieurs ensembles (et même à une infinité).

- ⚠ Lorsqu'il y a une ambiguité sur le domaine de référence E, on note parfois $\mathcal{C}_E(A) = \overline{A}$. Faire un dessin pour bien comprendre que $\mathcal{C}_E(A) \neq \mathcal{C}_F(A)$.

Exercice

- On définit $E = \mathbb{R}$, $A =]0,1]$, $B =],2]$ et $C = [-4,]$. Calculer $A \cup B$, $A \cup B \cup C$, $A \cap B$, $A \cap C$, $A \cap B \cap C$, $\mathcal{C}_E(A)$, $\mathcal{C}_{[0,1]}(A)$, $A \setminus B$, $B \setminus C$ et $A \setminus C$.
- On définit $E = \mathbb{R}$, $A =]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$, $B =]-\infty, -1] \cup]2, +\infty[$ et $C = \mathbb{R} \setminus \{-4, 3\}$. Calculer $A \cup B \cup C$ et $A \cap B \cap C$.

Exercice Soient E un ensemble et A, B et C trois sous-ensembles de E.

- Montrer que $A \subset B \Longrightarrow (A \cup B) \subset (B \cup C)$.
- On suppose que $A \cup B = A \cup C$ et que $A \cap B = A \cap C$. Montrer que $B = C$.

Proposition 6. Soient A, B, C des sous-ensembles d'un ensemble E.

- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Proposition 7. Lois de Morgan.
Soient A et B des sous-ensembles d'un ensemble E.

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

I. 2. b Produit cartésien d'ensembles

Un couple est un système ordonné de deux éléments x_1 et x_2, non nécessairement distincts. On le note (x_1, x_2). Il faut faire la distinction entre l'ensemble $\{x_1, x_2\}$ (non ordonné) et le couple (x_1, x_2) où l'ordre est déterminé. Ainsi on a par exemple $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ (égalité d'ensembles), mais les couples $(1, 2)$ et $(2, 1)$ ne sont pas égaux.

Définition 8. Soient E et F deux ensembles.

- Le produit cartésien de E et F noté $E \times F$ est l'ensemble de toutes les couples d'éléments tel que x est un élément de E et y un élément de F

$$E \times F = \{(x, y) \,|\, x \in E, y \in F\}$$

- Si $E = F$, on note E^2

Plus généralement, un n-uple $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ est un système ordonné de n objets $x_1, x_2, \ldots, x_n$, non nécessairement distincts. Un 2-uple est donc un couple, un 3-uple s'appelle un triple, etc. Le produit cartésien des ensembles $E_1, E_2, \ldots, E_n$ est l'ensemble

$$E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \mid x_j \in E_j \text{ pour tout } j \text{ avec } 1 \leq j \leq n\}$$

Exemples :

- $\mathbb{R}^2 =$
- Si $E = F = [0,1]$ alors $E^2 =$
- Si $E = \{0,1\}$ et $F = \{2,3\}$ alors $E \times F =$
- Un facteur sanguin est un couple constitué d'un groupe sanguin et d'un rhésus (par exemple O^-). L'ensemble des facteurs sanguins peut s'écrire $\{O, A, B, AB\} \times \{+, -\}$.

Définition 9. Généralisation à plusieurs ensembles :
Soient $E_1,\ E_2, \ldots, E_n$ des ensembles.

- $E_1 \times E_2 \times \cdots \times E_n$ est l'ensemble de toutes les combinaisons $(e_1, ..., e_n)$ où e_i est un élément sde E_i, $i \in \{1, ..., n\}$.
- $\underbrace{E \times \cdots \times E}_{n \text{ fois}}$ est noté E^n.

Remarque : Un élément de E^p est appelé une p-liste de E.

Exemple :

- Soit $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ x - y = 0 \ \text{ et } \ x - y + z = 0\}$ et $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ z = 0\}$. Montrer que l'on a : $A \subset B$.

II Nombres réels

Les nombres rationnels permettent d'additioner, soustraire, multiplier et diviser... Pourquoi chercher plus loin ? Le philosophe Hippase de métaponte ($\pm$ 500 av JC.) montre que l'hypothénuse d'un triangle rectangle isocèle dont les cotés valent 1, n'est pas un nombre rationnel.

Bien plus tard, Dedekind (1831-1916) et Cantor (1845-1918) proposent une construction des nombres réels de deux manières différentes. Nous ne rentrerons pas dans les détails, mais soulignons qu'un des points importants est l'existence de la borne supérieure (Voir section **??**). L'ensemble $\{x^2 \leq 2 \,|\, x \in \mathbb{Q}\}$ n'admet pas de borne supérieure dans l'ensemble des rationnels.

Nous supposerons donc qu'il existe un ensemble, dit des nombre réel, et noté $\mathbb{R}$, qui vérifie les différentes propriétés de cette section.

II. 1 Intervalles

Sur $\mathbb{R}$ il existe un ordre qui permet de comparer deux nombres réels, c'est-à-dire de savoir lequel est supérieur ou égal à l'autre.

Définition 10. Ordre sur $\mathbb{R}$:

- $x < y \iff$ si x est strictement inférieur à y.
- $x \leq y \iff$ si x est inférieur à y ou bien égal.

Définition 11. Intervalle de $\mathbb{R}$: ce sont les ensembles de la forme

- $[a,b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x \leq b\}$. Appelé parfois « segment a,b »ou « intervalle fermé a,b ».
- $]a,b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x \leq b\}$.
- $[a,b[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x < b\}$.
- $]a,b[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x < b\}$. Appelé parfois « intervalle ouvert a,b ».
- $[a,+\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x\}$.
- $]a,+\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x\}$.
- $]-\infty,b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \leq b\}$.
- $]-\infty,b[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < b\}$.
- $]-\infty,+\infty[= \{x \in \mathbb{R}\}$.

où a et b sont deux réels quelconques.

Remarques :

- L'intervalle vide est noté $\emptyset$. Pour tout réel a, on a : $]a,a[= \emptyset$.

II. 2 Règles de calculs

On rappelle les règles de calculs élémentaires suivantes :

Proposition 12. Soit a,b,c,d 4 réels. On a

$$a(b+c) = (b+c)a = ab + ac$$

Si $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

Définition 13. Soit $n \in \mathbb{N}$. La fonction *puissance* n est notée $\cdot^n : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ et définie par :

$$x^n = x \times x \times ... \times x \qquad \text{n fois.}$$

Soit $n \in \mathbb{N}$ on définit la fonction puissance $-n$ pour tout $x \neq 0$ par :

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}.$$

Remarque

- Par convention $x^0 = 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$,
- $0^n = 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. 0^{-n} n'est pas défini pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Proposition 14. Pour tout $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, non nuls si besoin, pour tout $n,m \in \mathbb{Z}$ on a :

- $(xy)^n = x^n y^n$
- $x^n \times x^m = x^{n+m}$ et $\dfrac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
- $(x^n)^m = x^{nm}$

Proposition 15. Inégalités remarquables. Pour tout $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, on a :

- $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
- $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
- $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
- $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

Exercice 1. Pour tout $(a,b) \in \mathbb{R}^2$:

- Retrouver $(a-b)^3$.
- Montrer que $ab \leq \frac{1}{2}(a+b)^2 \leq a^2+b^2$.

II. 3 Majorant et minorant

Définition 16. Un sous-ensemble E de $\mathbb{R}$ est dit majoré si il existe $M \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in E$, $x \leq M$.
Un sous-ensemble E de $\mathbb{R}$ est dit minoré si il existe $m \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in E$, $x \geq m$.
Un sous-ensemble E de $\mathbb{R}$ est dit borné si il est majoré et minoré.

Soit E un ensemble majoré, un réel $M > 0$ tel que pour tout $x \in E$ $x \leq M$ s'appelle un majorant de E.

Soit E un ensemble borné, alors il existe $M > 0$ tel que pour tout $x \in E$:

$$|x| \leq M.$$

Exercice 2. Pour chacun des ensembles suivants, dire s'il est majoré, minoré, borné. Et donner lorsque cela a un sens l'ensemble des majorants et des minorants :

- $A_1 = [1,2[$
- $B_1 =]-\infty,-1]$
- $C_1 =]2,+\infty[$
- $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$
- $D = \{2,4,6,9\}$
- $E = \{0,1\} \cup [2,3[$

Définition 17. Soit E un sous-ensemble majoré de $\mathbb{R}$. On appelle borne supérieure de E le plus petit des majorants. On le note $\sup_{x\in E}$.

Soit E un sous-ensemble minoré de $\mathbb{R}$. On appelle borne inférieure de E le plus grand des minorants. On le note $\inf_{x\in E}$.

Théorème 18. Toute partie non vide majorée de $\mathbb{R}$ admet une unique borne supérieure.

Exemples :

- $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x^2 < 2\}$ est un ensemble majoré. Sa borne supérieure vaut $\sqrt{2}$.

Quantification de la borne supérieure La borne supérieure d'un ensemble majoré est l'unique réel M vérifiant

— $\forall x \in E$, $x \leq M$

— $\forall \epsilon > 0$, $\exists x \in E$, $M - \epsilon < x$

Exercice 3. Montrer l'unicité de la borne supérieure. (Difficile : manipuler les ϵ)

Définition 19. Soit E un sous-ensemble majoré de $\mathbb{R}$. Si la borne supérieure $\sup_{x\in E}$ appartient à E on la note alors $\max_E$ et on l'appelle maximum.

Soit E un sous-ensemble minoré de $\mathbb{R}$. Si la borne inférieure $\sup_{x\in E}$ appartient à E on la note alors $\min_E$ et on l'appelle minimum.

Exemples :

- $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x^2 \geq 2\}$ est un ensemble minoré. Sa borne supérieure vaut $-\sqrt{2}$, c'est son minimum.

Remarque de culture générale : Tout ce que l'on vient de dire, à part le Théorème 18, s'applique aux nombres rationels et c'est grâce à la propriété de la borne supérieure que l'on contruit formellement les réels :

Définition 20. On appelle ensemble réels, noté $\mathbb{R}$, un ensemble qui contient $\mathbb{Q}$ et tel que :

— $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.

— Tout ensemble majoré de $\mathbb{R}$ possède une borne supérieure dans $\mathbb{R}$.

La définition de la densité signifie qu'entre deux nombres réels on peut toujours trouver un nombre rationel :

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \text{ tel que } x < y, \exists q \in \mathbb{Q} \quad x < q < y.$$

III Résolution des (in)-équations

Résoudre une (in)-équation consiste à donner toutes les solutions sous forme d'ensemble de l'(in)-équation en question. Autrement dit c'est donner toutes les valeurs pour lesquelles l'(in)-égalité est vérifiée.

Exemple : Soit $(I) 2x + 1 > 3x - 2$, Résoudre (I) consiste donc à donner toutes les valeurs de x pour lesquelles l'inégalité est vérifiée. Essayons $x = 2$, on obtient $2 \times 2 + 1 > 3 \times 2 - 2$ c'est à dire $5 > 4$ ce qui est vrai. Donc 2 est solution de (I). Essayons $x = 4$, on obtient on obtient $2 \times 4 + 1 > 3 \times 4 - 2$ c'est à dire $9 > 10$ ce qui est faux. Donc 4 n'est pas solution de (I).

Afin de donner toutes les solutions on ne peut pas essayer tous les réels, on doit procéder par équivalence jusqu'à obtenir quelque chose pour lequel on sait répondre à coup sur. C'est-à-dire souvent une polynomiale de degré 1.

Ici il faut donc passer $2x + 1$ à droite ($3x - 2$ à gauche) on obteint

$$(I) \iff x - 3 < 0$$

D'où $x < 3$. On obtient ainsi l'ensemble des solutions à savoir

$$\mathcal{S} =]-\infty, 3[$$

Afin de se ramener aux cas simples que l'on sait traiter le maitre mot est la

$$\boxed{\textbf{FACTORISATION}}.$$

Soient f_1, f_2 deux fonctions, dont on connait le signe sur $\mathbb{R}$.

- Supposons $f_1 \geq 0$ sur un sous-ensemble $I \subset \mathbb{R}$ (c'est-à-dire, pour tout $x \in I$, on a $f_1(x) \geq 0$) et $f_1 < 0$ sur $\mathbb{R} \setminus I$.

- Supposons $f_2 \geq 0$ sur un sous-ensemble $J \subset \mathbb{R}$ (c'est-à-dire, pour tout $x \in I$, on a $f_2(x) \geq 0$) et $f_2 < 0$ sur $\mathbb{R} \setminus J$.

  Alors on connait le signe de $f_1 \times f_2$ sur $\mathbb{R}$:

— Pour tout $x \in I \cap J$, $f_1(x)f_2(x) \geq 0$.

— Pour tout $x \in I \cap (\mathbb{R} \setminus J) \cup J \cap (\mathbb{R} \setminus I)$, $f_1(x)f_2(x) < 0$.

— Pour tout $x \in (\mathbb{R} \setminus I) \cap (\mathbb{R} \setminus J)$, $f_1(x)f_2(x) > 0$.

III. 1 Rappel des règles de calculs sur les inégalités

Transitivité :

Proposition 21. Soit $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Si $x \leq y$ et $y \leq z$ alors $x \leq z$.

Ajouter (ou soustraire) des deux côtés un même terme conserve les inégalités.

Inégalités et addition :

Proposition 22.

- Addition d'un même terme : $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x \leq y \Longleftrightarrow x + z \leq y + z$.
- Addition des inégalités : $\forall (x, x', y, y') \in \mathbb{R}^4, \quad \left.\begin{array}{ccc} x & \leq & y \\ x' & \leq & y' \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x + x' \leq y + y'$

Inégalités et multiplication :

Proposition 23.

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \; x \;\leq\; y \;\Leftrightarrow \forall \lambda > 0, \; \lambda x \leq \lambda y \Leftrightarrow \forall \lambda < 0, \; \lambda x \geq \lambda y$$

⚠ Quand on multiplie une inégalité on vérifie TOUJOURS le signe (et la non nullité) du coefficient multiplicateur. Si on ne le connait pas on ne peut pas assurer l'équivalence des inégalités et la preuve est fausse. Au pire, on peut essayer une disjonction de cas.

Inégalités et fonction :

Définition 24. On dit qu'une fonction f est croissante (respectivement décroissante) sur un intervalle I si pour tout $x, y \in I$,

$$x \leq y \Longrightarrow f(x) \leq f(y) \quad \text{resp. } f(x) \geq f(y)$$

⚠ On jusitfiere à chaque fois qu'on utilise cette propriété dans une suite d'inégalités. (et ca arrive souvent !)

Exercice 25. A-t-on $x \leq y$ et $x' \leq y'$ implique $xx' \leq yy'$? Meme question si on suppose $x, y > 0$?

Inégalités et passage à l'inverse : C'est un cas particulier du fait de composer par une fonction.

Proposition 26. Soit $x, y \in \mathbb{R}$.

- Si $x \geq y > 0$ alors $0 < \dfrac{1}{x} \leq \dfrac{1}{y}$
- Si $0 > x \geq y$ alors $\dfrac{1}{x} \leq \dfrac{1}{y} < 0$
- Si $x > 0$ et $y < 0$ alors $\dfrac{1}{y} < 0 < \dfrac{1}{x}$

Exercice 4. Résoudre sur $\mathbb{R}$:

$$\frac{2x}{4x^2-1} \leq \frac{2x+1}{4x^2-4x+1}.$$

III. 2 Transformer les équations et inéquations pour se ramener à des équations et inéqu

Lorsque l'équation ou l'inéquation n'est pas de type polynomiale (c'est-à-dire avec uniquement des puissances de x au numérateur et au dénominateur), on la transforme pour ne plus avoir ni logarithme, ni exponentielle, ni racine carrée, ni valeur absolue... On récapitule ici les différentes méthodes que l'on peut utiliser.

Exercice 5. Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $\ln(\sqrt{x+1}) < \ln(3+x) - \dfrac{1}{2}\ln(2)$
2. $\ln(2x+1) - \ln(x-3) \leq 0$
3. $9^x - 5^{x+2} = 5^x - 3^{2x+1}$
4. $2^{x+3} < 4^{2-x}$
5. $\dfrac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e$
6. $(e - e^{2x})(e^x - 1) > 0$
7. $e^{\frac{x-1}{x+3}} > e^2$
8. $e^{x+1}e^{3x-4} > 1$

Élever au carré :

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.

- $a = b \implies a^2 = b^2$ est vrai ....
- $a = b \iff a^2 = b^2$ est vrai ....
- $a \leq b \iff a^2 \leq b^2$ est vrai ....
- $a \leq b \iff a^2 \geq b^2$ est vrai ....

Exercice 6. Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $\sqrt{x+7} = 5 - x$
2. $\sqrt{x^2+2x} < x + 1$
3. $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x-1} \geq 5$
4. $\sqrt{2x^2 - x - 1} > x - \dfrac{1}{2}$
5. $\sqrt{\dfrac{6x-11}{3x-2}} \leq \dfrac{1}{x}$

III. 3 Changement de variable :

Poser un changement de variable de type $X = e^x$, $X = \ln(x)$, $X = a^x$, $X = \sqrt{x}$... pour faire apparaître des termes de type polynomiaux.

Exercice 7. Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $e^x + e^{x+1} > e^{2x} + e$
2. $(\ln x)^2 - 3\ln x - 4 \leq 0$
3. $x\sqrt{x} - 4x - \sqrt{x} + 4 > 0$
4. $e^{3x} - e^{2x} - e^{x+1} + e \leq 0$.
5. $\dfrac{e^x - 1}{e^x - e^2} < \dfrac{1}{e^2}$
6. $2^{4x} - 3 \times 2^{2x+1} + 2^3 < 0$
7. $\sqrt{9^x - 1} > 3^x - 2$