

Programme de colle : Semaine 2

Lundi 25 septembre

I Cours

1. Nombres réels :

- (a) Écrire un sous-ensemble de \mathbb{R} sous forme d'intervalle / union d'intervalles.
- (b) Reconnaître un ensemble minoré, majoré, borné.
- (c) Règles de calculs classiques sur les puissances, les fractions...
- (d) Identités remarquables.

2. Inégalités :

- (a) Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 2.
- (b) Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 3 avec racine évidente.
- (c) Résolution des (in)-équations avec des radicaux (racines)
- (d) Résolution des (in)-équations avec des quotients et des produits.
- (e) Résolution des (in)-équations dépendant d'un paramètre.
- (f) Résolution des (in)-équations avec changement de variable.

3. Sommes - Produits - Récurrences (Peu d'exercices ont été abordés pour l'instant)

- (a) Raisonnement par récurrence.
- (b) Notations Σ et \prod .

(c) Les sommes suivantes sont à connaître : $\sum_{k=1}^n 1$, $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=0}^n q^k$ (Les preuves des deux dernières sont exigibles)

- (d) Linéarité de la somme.
- (e) Relation de Chasles
- (f) Changement d'indice.
- (g) Sommes télescopiques.
- (h) Définition de la factorielle.
- (i) Définition des coefficients binomiaux $\binom{n}{p}$
- (j) Binôme de Newton (preuve non exigible)

II Exercices Types

1. Résoudre $|x + 1| > |x - 2|$
2. Résoudre $\sqrt{x + 2} > x$
3. Résoudre $\frac{1}{x} < \frac{1}{x-1} + 1$
4. Résoudre $e^{3x} + e^x - 2 = 0$
5. Résoudre en fonction du paramètre m , $|x^2 - m^2| = x$
6. Prouver par récurrence

$$\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n+1}{p}$$

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

7. Exprimer en fonction de n , $\sum_{k=3}^{n-1} (3k^2 + 2k + 1)$