

Programme de colle : Semaine 4

Lundi 16 octobre

I Cours

1. Trigométrie.

- (a) Connaître les valeurs remarquables de \cos , \sin , \tan
- (b) Les formules suivantes sont à connaître :

$$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$$

$$\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$$

et pouvoir déduire :

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

- (c) Connaître la définition de \arccos , \arcsin , \arctan . (aucune étude analytique de ces fonctions n'a été vue). En connaître les valeurs remarquables.
- (d) Savoir résoudre des équations et inéquations trigonométriques.

2. Nombres complexes

- (a) Définition de i et de la forme algébrique
- (b) Définition de partie réelle et partie imaginaire
- (c) Définition du module.
- (d) Interprétation géométrique

3. Informatique

- (a) Syntaxe des fonctions
- (b) Syntaxe des conditions `if`, `elif`, `else`
- (c) Boucles `for` avec `range(a, b)`
- (d) Boucles `while` (moins vues)

II Exercices Types

- 1. Donner la valeur de $\cos(\frac{\pi}{12})$
- 2. Prouver que pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$:

$$\sin(a) + \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

En déduire les solutions de l'inéquation

$$\sin(2x) + \sin(x) \leq 0$$

- 3. Résoudre sur \mathbb{R} puis sur $[0, 2\pi[$,

$$\cos(3x) = 1$$

$$\sqrt{3}\cos(x) - \sin(x) = \sqrt{2}$$

$$2\cos^2(x) + 3\cos(x) + 1 = 0$$

4. Résoudre sur \mathbb{R} puis sur $[0, 2\pi[$,

$$\begin{aligned}\cos(3x) &> 1 \\ \sqrt{3} \cos(x) - \sin(x) &< \sqrt{2} \\ 2 \cos^2(x) + 3 \cos(x) + 1 &\leq 0\end{aligned}$$

5. Etudier la fonction $f(x) = \sin(3x) - 3\sin(x)$

6. Calculer la partie réelle et imaginaire de

$$z = \frac{1+i}{1-i}$$

7. Calculer le module de

$$z = \frac{2+i}{1-2i}$$

8. Représenter sur le plan complexe l'ensemble

$$D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - i| \leq 1\}$$

9. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de

$$\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^n \min(i, j)$$

où $\min(i, j)$ désigne le minimum de i et j .

10. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n définie par

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \sin(u_n)$$

11. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n et v_n définies par

$$u_0 = 1, v_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 2u_n + v_n \quad v_{n+1} = -2u_n + 3v_n$$