

Programme de colle : Semaine 10

Lundi 4 décembre

I Cours

1. Intégration

- (a) Définition d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle.
- (b) Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment

$$\int_a^b f(t)dt = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

où F est une primitive de f sur $[a, b]$

- (c) Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles.
 - (d) Positivité et croissance de l'intégrale.
 - (e) Calcul de primitive simple
 - (f) Etude d'une fonction définie par une intégrale eg. $g(x) = \int_a^x f(t)dt$
 - (g) IPP
 - (h) Changement de variable (les changements de variable doivent être donnés)
 - (i) Sommes de Riemann.
 - (j) Primitive de $x \rightarrow \frac{1}{1+x^2}$
- #### 2. Equations différentielles
- (a) Equations différentielles linéaires du premier ordre
 - i. Premier ordre à coefficients constants
 - ii. Résolution des équations homogènes
 - iii. Méthodes de la variations de la constantes pour trouver une solution particulière
 - iv. Problème de Cauchy
- #### 3. Informatique
- (a) Syntaxe des conditions `if`, `elif`, `else`
 - (b) Boucles `for`.
 - (c) Boucles `while`.
 - (d) Parcours de listes.
 - (e) Tri par insertion.

II Exercices Types

1. Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{x} dx \quad I_2 = \int_0^1 x^2 + 3x + 1 dx$$

$$I_3 = \int_1^2 x e^{x^2} dx \quad I_4 = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$

2. Montrer que la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $I_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n} dx$ est monotone.

3. Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_1^2 \ln(x) dx \quad I_2 = \int_0^1 x e^x dx$$

$$I_3 = \int_1^2 \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx \quad \text{on posera } u = e^x$$

$$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + 4x^2} dx \quad \text{on posera } u = 2x$$

4. Etudier la fonction suivante :

$$g(x) = \int_0^x t \ln(e^t - 1) dt$$

5. Donner l'ensemble des solutions de

$$y' + 2y = \cos(x)$$

6. Résoudre le problème de Cauchy suivant :

$$y' + x^2 y = -x^2 y(0) = 1$$

7. Ecrire une fonction Python qui prend en argument une liste d'entiers et retourne le maximum de cette liste.

8. Ecrire une fonction Python qui prend en argument une liste d'entiers et retourne la moyenne des valeurs de cette liste.