

Programme de colle : Semaine 14

Lundi 15 janvier

I Cours

1. Dénombrement
 - (a) Cardinal d'un ensemble.
 - (b) Cardinal d'une union disjointe.
 - (c) Cardinal de l'union de deux ensembles (finis) quelconques
 - (d) Cardinal du complémentaire
 - (e) Cardinal d'un produit cartésien
 - (f) Choix de p objets parmi n (pas de 's' à 'parmi')
 - i. Choix avec ordre et répétition n^p
 - ii. Choix avec ordre sans répétition $\frac{n!}{(n-p)!}$
 - iii. Choix sans ordre et sans répétition $\binom{n}{p}$
 - iv. Choix sans ordre et avec répétition $\binom{n+p-1}{p}$
2. Logique
 - (a) Quantificateurs \forall, \exists .
 - (b) Propositions, négation, opérations OU et ET.
 - (c) Implication, équivalence.
 - (d) Raisonnement direct, contraposée, absurde.
3. Informatique
 - (a) Parcours de listes.
 - (b) Tri par insertion.

II Exercices Types

Exercice 1. Donner le nombre d'anagrammes de votre prénom

Exercice 2. Donner le nombre de possibilités d'un tiercé dans une course avec 15 chevaux

Exercice 3. On veut distribuer 7 prospectus dans 10 boîtes aux lettres nominatives. De combien de façons peut-on le faire si

1. on met au plus un prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont identiques ?
2. on met au plus un prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont tous différents ?
3. on met un nombre quelconque de prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont tous différents ?
4. on met un nombre quelconque de prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont identiques ?

Exercice 4. Un sac contient 5 jetons blancs et 8 jetons noirs. On suppose que les jetons sont discernables (numérotés par exemple) et on effectue un tirage de 6 jetons de ce sac.

1. On suppose que les jetons sont tirés successivement en remettant à chaque fois le jeton tiré.
 - (a) Donner le nombre de résultats possibles.
 - (b) Combien de ces résultats amènent
 - i. exactement 1 jeton noir ?

- ii. au moins 1 jeton noir ?
 - iii. au plus un jeton noir ?
 - iv. 2 fois plus de jetons noirs que de jetons blancs ?
2. Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés successivement sans remise.
 3. Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés simultanément.

Exercice 5. Montrer que si x et y sont deux réels qui vérifient $x + y > 2$, alors au moins un des deux est strictement supérieur à 1.

Exercice 6. Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel

Exercice 7. Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Donner leur négation.

1. $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0$.
2. $\exists y \in \mathbb{R}, y \geq 0$.
3. $\forall x \in \mathbb{R}^+, \exists y \in \mathbb{R}, x = y^2$.
4. $\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}^+, x = y^2$.
5. $\exists x \in \mathbb{R}^+, \forall y \in \mathbb{R}, x = y^2$.
6. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y > 0$.
7. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x + y > 0$.
8. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x + y > 0$.