Interrogation 1 : Correction

Exercice 1. *Calculer le module de* $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$.

Correction.

$$\begin{aligned}|z| &= \left|\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}\right| \\ &= \frac{|\sqrt{3}+i|}{|1-i|} \\ &= \frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{1+1}} \\ &= \sqrt{2}\end{aligned}$$

□

Exercice 2. *Calculer l'argument principal de* $z = 1+i$.

Correction. Le module de z est $\sqrt{2}$. On a $\frac{z}{|z|} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$. L'argument principal est donc $\pi/4$. □

Exercice 3. *Résoudre pour* $z \in \mathbb{C}$,

$$2z + 1 = \overline{z} + i.$$

On note $z = x + iy$, avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Donc l'équtaion devient :

$$2x + 2iy + 1 = x - iy + i$$

On identifie partie réelle et partie imaginaire on a : $x = -1$ et $3y = 1$ $y = 1/3$

Exercice 4. *Résoudre pour* $x \in \mathbb{R}$ *l'inéquation*

$$\frac{1}{x+1} \leq \frac{x}{x+2}.$$

Le odmaine de définitipon est $\mathbb{R} \setminus \{-1, -2\}$. Sur ce domaine l'équation est équivalente à

$$\begin{aligned}\frac{1}{x+1} - \frac{x}{x+2} &\leq 0 \\ \frac{x+2-x(x+1)}{(x+1)(x+2)} &\leq 0 \\ \frac{-x^2+2}{(x+1)(x+2)} &\leq 0 \\ \frac{x^2-2}{(x+1)(x+2)} &\geq 0 \geq \\ \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{(x+1)(x+2)} &\geq 0\end{aligned}$$

Tableau de signe. Les solutions sont $]-\infty, -2[\cup [-\sqrt{2}, -1[\cup [\sqrt{2}, +\infty[$.