

DM3

A faire avant le vendredi 8 octobre.

Copies acceptées le lundi 27 septembre

Exercice 1. Donner l'ensemble de définition de

$$f(x) = \sqrt{e^x - 2}$$

Résoudre

$$f(x) \geq e^x - 4$$

Exercice 2. Ecrire $(1 + i)$ sous forme trigonométrique. En déduire la partie réelle et la partie imaginaire de

$$\frac{1}{(1 + i)^n}$$

en fonction de n .

Exercice 3. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation d'inconnue z et de paramètre $a \in \mathbb{R}$

$$z^2 + z + a = 0$$

Exercice 4. Soit \mathbb{U} l'ensemble des complexes de module 1.

1. Calculer

$$\inf \left\{ \left| \frac{1}{z} + z \right|, z \in \mathbb{U} \right\}$$

2. Pour tout $z \in \mathbb{C}^*$ on note $\alpha(z) = \frac{1}{z} + \bar{z}$.

(a) Calculer le module de $\alpha(z)$ en fonction de celui de z .

(b) Montrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{1}{x} + x \geq 2$.

(c) En déduire

$$\inf \{ |\alpha(z)|, z \in \mathbb{C}^* \}$$