

Interro 1

15 minutes

Exercice 1. Résoudre $\sqrt{x+2} \geq x$

Correction 1. Notons (E) l'équation $\sqrt{x+2} \geq x$ L'ensemble de définition de l'équation est $D = [-2, +\infty[$. Afin de mettre au carré on distingue les deux cas :

— Cas 1 : $x \geq 0$.

Alors $(E) \iff x+2 \geq x^2 \iff x^2 - x - 2 \leq 0$ On factorise $x^2 - x - 2$ à l'aide des racines -1 et 2 , on obtient

$$(E) \iff (x+1)(x-2) \leq 0$$

Donc $x \in [-1, 2]$, or on est dans le cas $x \geq 0$ on a donc

$$\boxed{\text{cas 1 } x \in [0, 2]}$$

— Cas 2 : $x < 0$.

Comme pour tout $x \in D$, $\sqrt{x+2} \geq 0$ tous les réels vérifiant $x < 0$ sont solutions

$$\boxed{\text{cas 2 : } x \in [-2, 0[}$$

Au final les solutions de E sont

$$\boxed{S = [-2, 2]}$$

Exercice 2. Soit f définie par $f(x) = \frac{2}{2x+1}$.
Calculer $\sup(A)$ où $A = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid f(x) \geq 1\}$.

Correction 2.
On résout

$$\begin{aligned} f(x) &\geq 1 \\ \iff \frac{2}{2x+1} &\geq 1 \\ \iff \frac{2}{2x+1} - 1 &\geq 0 \\ \iff \frac{-2x+1}{2x+1} &\geq 0 \end{aligned}$$

x	0	1/2	$+\infty$
$-2x+1$	+	0	-
$2x+1$	+		+
$\frac{-2x+1}{2x+1}$	+	0	-

Donc $A = [0, \frac{1}{2}]$ et donc $\sup(A) = \frac{1}{2}$

Exercice 3. Calculer $10002^2 - 9998^2$ (sans calculette)

Correction 3. $10002^2 - 9998^2 = (10002 + 9998)(10002 - 9998) = 20000 * 4 = 80000$

Exercice 4. Que vaut $g \circ f$ où $g : x \mapsto x^2 + 2x$ et $f : x \mapsto x - 1$

Correction 4. $g \circ f(x) = (x-1)^2 + 2(x-1) = x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 = x^2 - 1$