Interro 5

10 minutes

Exercice 1. Dire si les propriétés suivantes sont vraies (V) ou fausses (F)

- $\boxed{\text{V}}$ $\forall (a,b)\in\mathbb{R}^2,\ e^a\times\left(e^b\right)^2=e^{a+2b}$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall x>0, y>0,\ \ln(x^2+y^2)=2\ln(x)+2\ln(y)$
- $\boxed{\text{V}}$ $\forall n\in\mathbb{N},\ \ln\left(\prod_{k=1}^{n}k\right)=\sum_{k=1}^{n}\ln(k)$
- $\boxed{\text{V}}$ $\forall z\in\mathbb{C},\forall n\in\mathbb{Z},\ (e^z)^n=e^{nz}$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall n\in\mathbb{N},\ \sum_{k=1}^{n}k=\left(\sum_{k=2}^{n}k\right)+2$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall n\in\mathbb{N},\ \left(\sum_{k=0}^{n}(k+1)\right)^2=\sum_{k=0}^{n}(k^2+2k+1)$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall (z,z')\in\mathbb{C},\forall n\in\mathbb{Z},\ \left(\frac{e^z}{e^{z'}}\right)^n=e^{nz-z'}$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall n\in\mathbb{N},\ \left(\sum_{k=0}^{n}(k+1)\right)^2=\sum_{k=0}^{n^2}(k+1)$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall (a,b)\in\mathbb{R}^2,\ (e^a+e^b)^2=e^{(a^2)}+2e^ae^b+e^{(b^2)}$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall z\in\mathbb{C},\ e^{\overline{z}}=-e^z$
- $\boxed{\text{V}}$ $\forall z\in\mathbb{C},\ Re(z+\overline{z})=2Re(z)$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall z\in\mathbb{C},\ Re(z-\overline{z})=2Im(z)$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall k\in\mathbb{N},\ \frac{k!}{2^k}\geq 1$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall n\in\mathbb{N},\ \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^5}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{n}k^5}$
- $\boxed{\text{V}}$ $\forall n\in\mathbb{N},\ \prod_{k=1}^{n}\frac{1}{k^5}=\frac{1}{\prod_{k=1}^{n}k^5}$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)=\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$
- $\boxed{\text{V}}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{n}\right)=\sin(0)$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)=\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall x\in\mathbb{R},\ e^x\leq e^{2x}$
- $\boxed{\text{F}}$ $\forall x\in\mathbb{R},\ \exp(x)\leq\exp(x^2)$

Exercice 2. Simplifier le produit suivant $P=\prod_{k=3}^{n}(k+1)^2$ (On écrira le résultat à l'aide de factorielle)

$$P=\frac{((n+1)!)^2}{3!^2}$$