

TD 14 : Limites et équivalents

I Calculs de limites

Exercice 1. Calculer les limites des suites suivantes.

1. $u_n = e^{n^2+n+1}$

2. $u_n = e^{2n} - e^n$

3. $u_n = \frac{e^n + n^2 + n + 1}{e^{2n} + 1}$

4. $u_n = \frac{n}{n-1} e^{\frac{1}{n}}$

5. $u_n = e^{n^2} - e^{n+1}$

6. $u_n = \ln\left(\frac{e^n + 1}{e^n - 1}\right)$

7. $u_n = \ln\left(\frac{e^n + n^2}{2n + 1}\right)$

8. $u_n = \ln\left(\frac{2-n}{n+4}\right)$

9. $u_n = \frac{2^n}{n^2 + 1}$

10. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \ln n$

11. $u_n = \frac{e^{\sqrt{n}}}{n^2}$

12. $u_n = e^n - n^{\frac{2}{3}}$

13. $u_n = e^{\frac{1}{n-2}}$

14. $u_n = (2n-1)e^{\frac{1}{n-2}}$

15. $u_n = \frac{\ln(n^2 + 1)}{n}$

Exercice 2. Avec des polynômes :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^7 + 4n^2 - 1}{n^9 + 1}$

2. $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{n^7 + n^2 - n}{n^6 + 4n^2}$

II Equivalents

Exercice 3. Quels sont les équivalents corrects parmi les propositions suivantes ?

1. $n \sim_{+\infty} n + 1$

4. $\exp(n) \sim_{+\infty} \exp(n + 10^{-6})$

2. $n^2 \sim_{+\infty} n^2 + n$

5. $\exp(n) \sim_{+\infty} \exp(2n)$

3. $\ln(n) \sim_{+\infty} \ln(10^6 n)$

6. $\ln(n) \sim_{+\infty} \ln(n + 1)$.

Exercice 4. Trouver un équivalent le plus simple possible aux suites suivantes :

1. $u_n = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}$

3. $w_n = \frac{n^3 - \sqrt{1+n^2}}{\ln n - 2n^2}$

2. $v_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$

4. $z_n = \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$.

Exercice 5. Soit $P(x) = \sum_{k=0}^p a_k x^k$ avec $a_p \neq 0$.

Donner un équivalent de $P(n)$ en $+\infty$