

# Programme de colle : Semaine 20

## Lundi 14 mars

### I Limites de suites

1. Croissance comparée.
2. Limite et passage aux inégalités.
3. Théorème d'existence : Limite monotone, suite adjacente, suite extraite ( $u_{2n}, u_{2n+1}$ , théorème des gendarmes. )

### II Limites et équivalents

1. Limites et équivalents de suites/fonctions en  $+\infty$ .
2. Limites et équivalents de fonction en un point.
3. Taux d'accroissements classiques.
4. Composée de limites et substitution dans les équivalents (on ne compose pas des équivalents, et on préférera revenir à la définition)

### III Continuité

1. Continuité en un point, continuité sur un intervalle.
2. Prolongement par continuité.
3. TVI, théorème de la bijection.
4. Théorème de continuité sur un segment : une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.

### IV Informatiques

Les programmes seront écrit en Python.

1. Manipulation des listes.
2. Recherche de maximum d'une liste.
3. Tri à bulle et tri par insertion.
4. Bibliothèque matplotlib.pyplot et numpy.
5. Tracer de fonction.
6. Somme de Riemann, calcul de limites et approximations des intégrales.

### V Exercices Types

1. Ecrire une fonction Python qui calcul une valeur approchée de  $\int_0^1 \sqrt{x^4 + 1} dx$
2. Calculer la limite de  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+n}$
3. Ecrire une fonction qui prend en argument une liste et retourne la valeur du deuxième plus petit élément de la liste.
4. Ecrire une fonction qui prend en argument une liste et une variable **a** et retourne True si **a** est dans la liste et False sinon.

5. Ecrire une fonction qui prend en argument une liste et une variable  $a$  et retourne le nombre de fois où  $a$  appartient à la liste.
6. Tracer la fonction  $f(x) = x^3 + 3x + 1$  entre  $-1$  et  $1$  à l'aide de la bibliothèque `matplotlib.pyplot`.
7. Etude de la suite  $u_{n+1} = \sin(u_n)$  (On guidera l'étude si l'étudiant le demande)
8. Étudier la continuité de la fonction suivante :

$$f : x \mapsto (x^2 - 1) \sin\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

9. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Étudier la continuité de  $f_n : x \mapsto \frac{x^n}{e^x - 1}$ .  
L'application  $f$  admet-elle un prolongement par continuité aux bornes de son domaine de définition ?
10. Calculer les limites des fonctions suivantes aux bornes de leur domaine de définition.

$$f_1(x) = e^{x^2-x+1} \qquad f_2(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right) \qquad f_3(x) = x^x$$