

Programme de colle : Semaine 1

Lundi 19 septembre

I Cours

1. Nombres réels :
 - (a) Ecrire un sous-ensemble de \mathbb{R} sous forme d'intervalle.
 - (b) Borne inférieure borne supérieure (aucune définition formelle avec les quantificateurs n'est exigible)
 - (c) Règles de calculs classiques sur les puissances, les fractions...
 - (d) Identités remarquables.
2. Inégalités :
 - (a) Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 2.
 - (b) Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 3 avec racine évidente.
 - (c) Résolution des (in)-équations avec des radicaux (racines)
 - (d) Résolution des (in)-équations avec des quotients et des produits.
 - (e) Résolution des (in)-équations dépendant d'un paramètre.
3. Sommes - Produits - Récurrences
 - (a) Raisonnement par récurrence.
 - (b) Notations Σ et Π .
 - (c) Les sommes suivantes sont à connaître : $\sum_{k=1}^n 1, \sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=1}^n k^3, \sum_{k=0}^n q^k$
 - (d) Linéarité de la somme.
 - (e) Relation de Chasles
 - (f) Changement d'indice.
 - (g) Sommes telescopiques.
 - (h) Définition de la factorielle.
 - (i) Définition des coefficients binomiaux $\binom{n}{p}$

II Exercices Types

1. Calculer la borne inférieure de $E_1 = \{\frac{x+1}{x-1} | x > 2\}$
2. Calculer la borne inférieure de $E_2 = \{x | \frac{x+1}{x-1} > 2\}$
3. Résoudre $|x + 1| > |x - 2|$
4. Résoudre $\sqrt{x + 2} > x$
5. Résoudre $\frac{1}{x} < \frac{1}{x-1} + 1$
6. Résoudre $e^{3x} + e^x - 2 = 0$
7. Résoudre en fonction du paramètre $m, |mx - 1| = |x - m|$
8. Exprimer en fonction de $n, \sum_{k=3}^n (3k^2 + 2k + 1)$
9. Démontrer par récurrence une des formules du I.3(b).
10. Montrer la relation $\binom{n}{p} + \binom{n}{p-1} = \binom{n+1}{p}$