

Programme de colle : Semaine 12

Mardi 3 Janvier

I Dénombrement

1. Cardinal d'un ensemble, d'une union disjointe et d'une union de 2 ensembles quelconques.
2. Cardinal du complémentaire.
3. Cardinal d'un produit cartésien
4. Choix de p objet parmi n .
 - (a) Choix avec ordre et répétition (n^p)
 - (b) Choix avec ordre sans répétition ($\frac{n!}{(n-p)!}$)
 - (c) Choix sans ordre sans répétition ($\frac{n!}{p!(n-p)!} = \binom{n}{p}$)

II Calcul intégral

1. Calcul d'intégrale simple.
2. Relation de Chasles.
3. Linéarité de l'intégrale.
4. Positivité de l'intégrale.
5. IPP.
6. Changement de variable (les changements de variables doivent être suggérés dans l'exercice).
7. Dériver les fonctions du type : $x \mapsto \int_{a(x)}^{b(x)} f(t)dt$

III Informatiques

Les programmes seront écrit en Python.

1. Savoir définir une variable.
2. Savoir manipuler des conditions (`if`, `elif`, `else`)
3. Savoir écrire un script qui calcul une somme, ou les termes d'une suite (boucle `for`)
4. Savoir écrire un script avec une boucle `while`
5. La syntaxe des fonctions a été vue et doit être sue.
6. Boucle sur des listes.

IV Exercices Types

1. Dans une classe de 36 élèves où tous les élèves étudient au moins l'une des langues vivantes suivantes, 22 étudient l'anglais, 22 l'allemand et 18 l'espagnol. On sait en outre que 10 étudient à la fois l'anglais et l'allemand, que 9 étudient à la fois l'allemand et l'espagnol et 11 à la fois l'anglais et l'espagnol. Combien d'étudiants étudient les trois langues ?
2. Dans un centre de vacances, il y a 50 personnes plus ou moins sportives et de nombreuses activités leur sont proposées : 15 personnes font du tennis, 20 de la piscine, 30 du volley-ball, 10 du tennis de table, 5 du cheval et 4 restent allongées au bord de la piscine toute la journée. Combien de personnes pratiquent au moins un sport ?
3. On veut distribuer 7 prospectus dans 10 boîtes aux lettres nominatives. De combien de façons peut-on le faire si

- (a) on met au plus un prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont identiques ?
 - (b) on met au plus un prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont tous différents ?
 - (c) on met un nombre quelconque de prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont tous différents ?
 - (d) on met un nombre quelconque de prospectus dans chaque boîte aux lettres et les prospectus sont identiques ? (Pas encore vu)
4. Un sac contient 5 jetons blancs et 8 jetons noirs. On suppose que les jetons sont discernables (numérotés par exemple) et on effectue un tirage de 6 jetons de ce sac.
- (a) On suppose que les jetons sont tirés successivement en remettant à chaque fois le jeton tiré.
 - i. Donner le nombre de résultats possibles.
 - ii. Combien de ces résultats amènent
 - A. exactement 1 jeton noir ?
 - B. au moins 1 jeton noir ?
 - C. au plus un jeton noir ?
 - D. 2 fois plus de jetons noirs que de jetons blancs ?
 - (b) Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés successivement sans remise.
 - (c) Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés simultanément.

5. Calculer

- $\int_0^1 e^x dx,$
- $\int_0^1 x e^x dx,$
- $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx,$
- $\int_0^1 \frac{x - 1}{x + 1} dx,$
- $\int_0^1 \frac{x - 1}{(x + 1)^2} dx,$

6. Etudier le sens de variation de

$$I_n = \int_1^2 x^n \ln(x) dx$$

7. Etudier la fonction définie par

$$f(x) = \int_x^{x+1} e^{(-t^2)} dt$$