

Interro 1

10 minutes

Exercice 1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Donner l'encadrement de $\lfloor x \rfloor$ qui permet de définir la partie entière de x , puis tracer le graphe de la fonction partie entière.

Exercice 2. Ecrire sous forme d'intervalle les sous-ensembles de \mathbb{R} suivants :

$$E_1 = \{x \mid x^2 + 1 < 3\} \quad \text{et} \quad E_2 = \{x^2 + 1 \mid x < 3\}$$

Dire si ils sont minorés, majorés, bornés ?

Interro 2

10 minutes

Exercice 1. Donner en fonction de $n \in \mathbb{N}$ les valeurs de

$$S_1 = \sum_{k=1}^n k \quad \text{et} \quad S_2 = \sum_{k=1}^n k^2$$

(on ne demande pas de faire la preuve)

Exercice 2. Calculer $\sum_{k=1}^3 \frac{1}{k}$.

Exercice 3. Résoudre $|x - 3| < 2x$

Interro 4

20 minutes

Exercice 1. Soient u et v deux fonctions dérivables. Soit f définie par

$$f(x) = u \circ v(x).$$

Donner l'expression de la dérivée de f en fonction de u et v .

Exercice 2. Donner l'ensemble de définition de la fonction f suivante :

$$f(x) = \exp\left(\frac{1}{x} + \ln(x^2)\right).$$

Montrer que sa dérivée vaut

$$f'(x) = (-1 + 2x) \exp\left(\frac{1}{x}\right).$$

Exercice 3. Donner le rang et résoudre le système suivant d'inconnues $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ x + 3y - z = 2 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$$

Interro 5

15 minutes

Exercice 1. Donner le rang et résoudre le système suivant d'inconnues $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ et de paramètre $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x + 2y = \lambda x \\ 2x + y = \lambda y \end{cases}$$

Interro 6

15 minutes

Exercice 1. Résoudre sur \mathbb{R} puis sur $[0, 2\pi[$:

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

Exercice 2. Résoudre sur $] -\pi, \pi]$:

$$\cos(x) \geq \frac{1}{2}$$

Interro 6

10 minutes

Exercice 1. Une justification (rapide) est demandée

1. Donner la limite en $+\infty$ de $u_n = \ln\left(\frac{e^n+1}{e^n-1}\right)$
2. Donner la limite en $+\infty$ de $v_n = \frac{n^2}{\ln(n^2)}$

Interro 6

10 minutes

Exercice 2. Une justification (rapide) est demandée

1. Donner la limite en $+\infty$ de $u_n = \ln\left(\frac{e^n+1}{e^n-1}\right)$
2. Donner la limite en $+\infty$ de $v_n = \frac{n^2}{\ln(n^2)}$

Interro 8

10 minutes

Exercice 1. Donner une primitive de $f(x) = \frac{1}{1-x}$

Exercice 2. Calculer $I = \int_0^1 x e^x dx$