

Programme de colle : Semaine 19

Lundi 6 mars

I Géométrie

1. Notion de vecteurs dans le plan et l'espace.
2. Notion de base et repère du plan/de l'espace.
3. Coordonnées d'un vecteur dans une base.
4. Vecteur directeur d'une droite.
5. Vecteur normal d'une droite du plan, d'un plan de l'espace.
6. Projeté orthogonal d'un point sur une droite.
7. Déterminant de deux vecteurs du plan et caractérisation de la colinéarité.
8. Produit scalaire de deux vecteurs du plan et caractérisation de l'orthogonalité
9. Inégalité de Cauchy-Schwarz.
10. Equation cartésienne d'une droite dans le plan.
11. Equation paramétrique d'une droite dans le plan.
12. Equation cartésienne d'un cercle du plan.
13. Equation cartésienne d'un plan dans l'espace.
14. Vecteur normal à un plan. Projeté orthogonal.
15. Intersection de deux plans : systèmes d'équations cartésienne définissant une droite

II Polynomes

- Définition des polynômes
- Définition du degré et coefficient dominant.
- Degré d'un produit, d'une composée et d'une somme de polynômes.
- Notation $\mathbb{R}_n[X]$

III Informatiques

Les programmes seront écrit en Python.

1. Savoir définir une variable.
2. Savoir manipuler des conditions (`if`, `elif`, `else`)
3. Savoir écrire un script qui calcul une somme, ou les termes d'une suite (boucle `for`)
4. Savoir écrire un script avec une boucle `while`
5. La syntaxe des fonctions a été vue et doit être sue.
6. Boucle sur des listes.
7. Bibliothèque `matplotlib.pyplot` et `numpy`. (vu que par un groupe)
8. Savoir tracer un graphique. (vu que par un groupe)

IV Exercices Types

1. Sans utiliser la fonction floor de Python, écrire une fonction Python qui prend en argument un réel x l'entier k tel que $x \in [2k\pi, 2(k+1)\pi[$
2. Sans utiliser la fonction floor de Python, écrire une fonction Python qui prend en argument un réel x et retourne sa partie entière.
3. Écrire une fonction Python qui prend en argument un entier n qui simule n lancers de dé à 6 faces et retourne la somme des valeurs des lancers.
4. Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Les points distincts A et B ont pour coordonnées respectives $(2, 4)$ et $(-1, 3)$. Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ont pour coordonnées respectives $(2, -1)$ et $(3, -2)$.
 - (a) Donner des équations des droites (AB) , \mathcal{D} droite qui passe par A et de vecteur directeur \vec{u} et \mathcal{D}' droite qui passe par B et qui est orthogonale à \vec{v} .
 - (b) Déterminer l'intersection de D et D' .
 - (c) Donner les coordonnées du projeté orthogonal de $C = (1, 2)$ sur (AB)
 - (d) Donner l'aire du triangle ABC .
5. Soit \mathcal{C} le cercle de centre O et de rayon 1 et soit \mathcal{C}' le cercle de centre Ω de coordonnées $(5, 0)$ et de rayon 2.
 - (a) Quelles sont les équations de ces cercles ?
 - (b) Soit $M_0 \in \mathcal{C}$ le point de coordonnées (x_0, y_0) et soit \mathcal{D}_m la droite d'équation $y_0x - x_0y - m = 0$. Montrer que \mathcal{D}_m est perpendiculaire à la tangente en M_0 à \mathcal{C} .
6. Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient les points $A(2, 3)$ et $B(1, -1)$. Quelle est l'équation du cercle de centre B passant par A ? Quelle est l'équation de la tangente en A à \mathcal{C} ?
7. Déterminer un vecteur directeur de la droite définie comme l'intersection des plans d'équation respective $x + y + z + 1 = 0$ et $x - y - z + 2 = 0$
8. Déterminer le projeté orthogonal de $A = (1, 2, 3)$ sur le plan d'équation $x + y + z = 1$
9. Déterminer tous les polynômes vérifiant $P \circ (X^2 + 1) = X^2P(X)$
10. Déterminer tous les polynômes de degré 2 vérifiant $P(0) = 1$ et $P(1) = 2$
11. Donner le degré et le coefficient dominant de $(X + 1)^6 - X^6 + 1$