

Chapitre 11 : Statistiques

I Statistique univariée

Exercice 1. Un médecin effectue des recherches sur l'efficacité d'un nouveau bêta-bloquant. Cette famille de médicaments est destinée à diminuer le rythme cardiaque des malades atteints de tachycardie (pouls supérieur à 60 battements par minute). Il a donc séparé les malades en 2 groupes : le groupe A reçoit le traitement d'un nouveau médicament, et le groupe B reçoit un placebo. Voici les résultats :

- A : 74 – 91 – 91 – 84 – 95 – 93 – 95 – 102 – 81 – 116 – 88 – 95
- B : 94 – 95 – 113 – 95 – 104 – 113 – 94 – 144 – 105 – 153

1. Calculer l'étendue et la médiane pour chacune de ces deux séries.
2. Construire le diagramme de Tuckey de ces deux séries.
3. L'effet du médicament semble-t-il satisfaisant ?

Exercice 2.  Attention aux raisonnements hâtifs !

Dans une ville, il y a deux lycées mixtes. Dans chacun de ces deux lycées, le pourcentage des garçons qui réussissent leur bac est supérieur au pourcentage de filles qui réussissent l'examen du bac. Peut-on en conclure que dans cette ville, les garçons réussissent mieux leur bac ?

Indications : Faites le calcul avec les données suivantes :

Le lycée A comporte 1100 élèves de terminale, dont 100 garçons. Dans ce lycée, il y a 90% de réussite au bac chez les garçons et 80% chez les filles.

Le lycée B comporte 1100 élèves de terminale, dont 1000 garçons. Dans ce lycée, il y a 70% de réussite au bac chez les garçons et 60% chez les filles.

Sur l'ensemble des deux lycées, quelle proportion de filles réussit le bac ? Quelle proportion de garçons réussit le bac ?

Exercice 3. Une entreprise souhaite étudier la consommation de cigarettes chez ses salariés qui fument.

Nb cigarettes par jour	5	10	15	20	25	30	35	40
Effectifs	8	17	12	8	5	3	2	1

Tracer le diagramme de Tuckey associé à cette série statistique.

Exercice 4. Un agent des impôts fait une étude sur le montant de l'impôt sur le revenu en euro de 54 foyers fiscaux imposables sur le revenu. Il obtient le tableau suivant :

Montant]0; 100]]100; 1000]]1000; 2000]]2000; 5000]]5000; 10000]
Effectif	0	15	13	22	4

1. Construire l'histogramme associé à cette série. En déduire la classe modale.
2. Représenter le polygone des effectifs croissants. En déduire une valeur approchée de la médiane. Déterminer, par le calcul, la valeur de cette médiane.
3. Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

Exercice 5. Un laboratoire pharmaceutique souhaite comparer l'efficacité de deux médicaments. Deux équipes font des tests, et obtiennent les résultats suivants :

Équipe 1	Succès	Échec	Total
Médicament A	90	10	100
Médicament B	321	40	361

Équipe 2	Succès	Échec	Total
Médicament A	200	60	260
Médicament B	51	23	74

1. Calculer les fréquences de succès des médicaments A et B obtenus par l'équipe 1, puis par l'équipe 2. Quel médicament semble le plus efficace ?
2. On décide de rassembler les résultats des deux équipes. Calculer les nouvelles fréquences de succès des deux médicaments. Conclusion ?
3. Calculer les intervalles de confiance pour l'équipe 1, l'équipe 2, puis pour l'ensemble des résultats. Comment expliquez-vous le paradoxe précédent ?

Exercice 6. Test des rangs de Wilcoxon. Ce test peut être utilisé pour déterminer si deux ensembles de mesures peuvent être considérés comme différents (avec une confiance de 95%). Le principe est le suivant : on dispose de deux ensembles de mesures de tailles respectives N_1 et N_2 . On classe toutes ces mesures dans l'ordre croissant, et on les numérote (1 pour la plus petite, 2 pour la suivante, ...). On additionne les rangs correspondant aux mesures du premier ensemble, et on obtient un nombre noté SR (somme des rangs). On regarde ensuite si SR se trouve dans l'intervalle de confiance suivant :

$$\left[\frac{N_1(N_1 + N_2 + 1)}{2} - 1.96\sqrt{\frac{N_1N_2(N_1 + N_2 + 1)}{12}}, \frac{N_1(N_1 + N_2 + 1)}{2} + 1.96\sqrt{\frac{N_1N_2(N_1 + N_2 + 1)}{12}} \right].$$

Si SR n'est pas dans cet intervalle, les ensembles de mesures peuvent être considérés comme différents. On veut utiliser ce test dans l'expérience suivante : on compte le nombre de graines par fruit de poivron, en présence ou non de mouron (une autre plante) dans les parcelles de culture.

Sans mouron	60	71	48	56	72	44	22	57	68	47	
Avec mouron	32	27	50	19	18	40	7	13	18	45	52

Utiliser un test des rangs de Wilcoxon pour déterminer si la présence de mouron a un effet sur le nombre de graines présentes dans les fruits de poivron.

Exercice 7. Une usine produit un type de composant électronique. La durée de vie des composants d'un échantillon de 100 composants pris au hasard est consignée dans le tableau suivant.

Durée de fonctionnement (en heures)	1800	1900	2000	2100
Effectifs	10	40	30	20

1. Calculer la moyenne m et l'écart type σ des durées de vie des composants de l'échantillon.
2. En déduire un intervalle de confiance à 95% de la durée de vie moyenne.

II Statistique bivariée

Exercice 8. Le tableau suivant donne la distance de freinage d'un véhicule roulant sur route sèche en fonction de sa vitesse.

Vitesse en km/h	40	50	60	70	80	90	100	110
Distance en m	8	12	18	24	32	40	48	58

1. Calculer le coefficient de corrélation de cette série double.
2. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine de la distance en fonction de la vitesse.
3. Estimer la distance de freinage d'un véhicule roulant à 120 km/h.

Exercice 9. L'indice moyen d'un salaire a évolué de la façon suivante

Année	1	2	3	4	5	6	7
Indice	165	176	193	202	222	245	253

1. Représenter cette série statistique par un nuage de points.
2. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer l'équation de la droite d'ajustement affine de l'indice en fonction de l'année.
3. Prévoir l'indice à l'année 9.