DM1

Exercice 1. On note $\Delta(m) = m^2 - 8m + 12$.

1. Résoudre l'inéquation d'inconnue m :
$$\Delta(m) > 0 \tag{I_1}$$
2. On note $r_+(m) = \frac{m+\sqrt{\Delta(m)}}{4}$ et $r_-(m) = \frac{m-\sqrt{\Delta(m)}}{4}$.
3. Résoudre
$$r_+(m) \geq 1 \quad \text{et} \quad r_-(m) \geq 1.$$
4. Résoudre l'inéquation d'inconnue y et de paramétre $m \in \mathbb{R}$
$$\frac{2y^2 - \frac{3}{2}}{y-1} \geq m \tag{I_2}$$

Exercice 2. On cherche à résoudre l'équation (E) suivante, d'inconnue réelle x :
$$\lfloor \sqrt{x} \rfloor = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$$

1. Donner le domaine de définition de l'équation (E).
2. Ecrire un programme python qui demande à l'utilisateur un flottant x et qui renvoie True si le réel ets solution de l'équation (E) et False sinon.
3. Montrer que toute solution x de (E) est solution du système (S) suivant :
$$\begin{cases} \sqrt{x} & < & \frac{x}{2} + 1 \\ \frac{x}{2} - 1 & < & \sqrt{x} \end{cases}$$
4. Résoudre le système (S).
5. Soit $\alpha = 2(2+\sqrt{3})$ Calculer la partie entière de α.
6. Pour tout $k \in [\![0, 7]\!]$ déterminer si les réels de l'intervalle $[k, k+1[$ sont solutions de (E). (On détaillera les 8 cas)
7. Conclure.