Programme de colle : Semaine 6
Lundi 6 novembre

I Cours

1. Nombres complexes
   (a) Définition de i et de la forme algébrique
   (b) Définition de partie réelle et partie imaginaire
   (c) Définition du module.
   (d) Définition de l'argument
   (e) Interprétation géométrique
   (f) Forme exponentielle
   (g) Formule de Moivre
   (h) Formules d'Euler
   (i) Résolution des équations polynomiales de degrés 2 (à coefficients réelles mais à discriminant négatif)
   (j) Linéarisation et délinéarisation des expressions trigonométriques.
2. Informatique
   (a) Syntaxe des fonctions
   (b) Syntaxe des conditions `if, elif, else`
   (c) Boucles `for` avec `range(a,b)`
   (d) Boucles `while` (moins vues)

II Exercices Types

1. Calculer la partie réelle et imaginaire de
$$z = \frac{1+i}{1-i}$$
2. Calculer le module de
$$z = \frac{2+i}{1-2i}$$
3. Représenter sur le plan complexe l'ensemble
$$D = \{z \in \mathbb{C}\,,\, |z-i| \leq 1\}$$
4. Ecrire sous forme exponentielle
$$z_1 = \frac{1+i}{1-i} \quad z_2 = -1$$
5. Résoudre dans $\mathbb{C}$
$$\overline{z} + 2z = 3 + i$$
6. Résoudre dans $\mathbb{C}$
$$\frac{2z+i}{z+1} = 3 + i$$
7. Résoudre dans $\mathbb{C}$,
$$x^2 + x + 1 = 0$$
8. Linéariser $\cos^3(x)$

9. Délinéariser $\cos(3x)$
10. En utilisant la formule de Moivre calculer

$$C = \sum_{k=0}^{n} \cos(kx) \quad \text{et} \quad S = \sum_{k=0}^{n} \sin(kx)$$

    On pourra considérer $Z = C + iS$
11. Ecrire une fonction python qui prend en argument deux flottants x, y et retourne le module de $z = x + iy$
12. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de

$$\sum_{k=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \min(i, j)$$

    où $\min(i, j)$ désigne le minimum de i et j.
13. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n définie par

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \sin(u_n)$$

14. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n et v_n définies par

$$u_0 = 1, v_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = 2u_n + v_n\,, \quad v_{n+1} = -2u_n + 3v_n$$