Programme de colle : Semaine 8
Lundi 20 novembre

I Cours

1. Etude de fonctions
   (a) Ensemble de définition et calcul de dérivée.
   (b) Formule de la dérivée d'une composée
   (c) Généralisation de la notion de puissance : $a^x = \exp(x\ln(a))$ pour $a >$ et $x \in \mathbb{R}$.
   (d) Calcul de limites simples :
      i. Limites des fonctions usuelles.
      ii. Croissances comparées
      iii. Taux d'accroissement en 0 $\frac{\sin(x)}{x}$, $\frac{\exp(x)-1}{x}$, $\frac{\ln(x+1)}{x}$ (preuve exigible).
      iv. $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{x^2} = \frac{-1}{2}$ (preuve non exigible)
2. Intégration
   (a) Définition d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle.
   (b) Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment

$$\int_a^b f(t)df = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

   où F est une primitive de f sur $[a, b]$
   (c) Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles.
   (d) Positivité et croissance de l'intégrale.
   (e) Calcul de primitive simple (pas d'IPP, pas de changement de variables)
3. Informatique
   (a) Syntaxe des conditions `if, elif, else`
   (b) Boucles `for`.
   (c) Boucles `while`.
   (d) Parcours de listes.

II Exercices Types

1. Donner l'ensemble de définition et la dérivée de $f(x) = \sqrt{\ln(x^2+1)+2}$
2. Donner l'ensemble de définition et la dérivée de $f(x) = \dfrac{\exp(x)}{x+1}$
3. Calculer les limites de $\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ au bord de l'ensemble de son ensemble de définition.
4. Justifier que $e^x + x - 1$ s'annule qu'une seule fois sur $\mathbb{R}$ (le théorème de la bijection n'a pas encore été vu, la stricte croissance suffit) puis calculer les limites de $\frac{e^{2x}-x}{e^x+x-1}$ au bord de l'ensemble de son ensemble de définition.
5. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{3x^2+2x-5}{x^2+4x-5} \quad \text{et} \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2+2x-5}{x^2+4x-5}$$

$$\lim_{x\to\frac{1}{e}} e^{\frac{\ln x - 1}{\ln x + 1}} \qquad \lim_{x\to 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

6. Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{x} dx \qquad I_2 = \int_0^1 x^2 + 3x + 1 dx$$

$$I_3 = \int_1^2 x e^{x^2} dx \qquad I_4 = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$

7. Montrer que la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $I_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n} dx$ est monotone.
8. Ecrire une fonction Python qui prend en argument une liste d'entiers et retourne le maximum de cette liste.
9. Ecrire une fonction Python qui prend en argument une liste d'entiers et retourne la moyenne des valeurs de cette liste.